



Högst tio uppgifter får lösas.

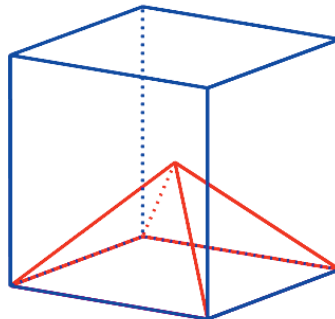
1. a) Lös ekvationen $\frac{x+2}{5} = \frac{x-3}{6}$.
- b) Beräkna värdet av uttrycket $\frac{x+1}{y-1} + \frac{y-1}{x+1}$ då $x = \frac{1}{2}$ och $y = \frac{3}{2}$.
- c) I vilken punkt skär linjerna $x+5y=1$ och $x-5y=5$ varandra?
2. Vilket tal x uppfyller den givna ekvationen?
- a) $2^x = 2$
- b) $2^x = \frac{1}{2}$
- c) $2^x = 8^2$
- d) $3^x = \frac{1}{3^5}$
- e) $10^x = 1000$
- f) $10^x = 0,01$
3. a) Bestäm nollställena för uttrycket $(x+1)(2-x)-2$.
- b) För vilka heltalsvärden $-1 \leq n \leq 4$ får uttrycket $n^3 - 3n + 1$ positiva värden?
- c) En cirkel har arean 520 cm^2 . Beräkna längden av cirkelns diameter med tre gällande siffrors noggrannhet.
4. En tandkrämstubb har volymen 100 ml och tuben kostar 1,50 €. Man ökar tubens volym med 25 %, men samtidigt höjer man försäljningspriset med 40 %. Hur många procent dyrare är tandkrämen i den nya tuben per milliliter?
5. För vilket värde på variabeln x är summan $(x-3)^2 + (x-9)^2$ så liten som möjligt?

6. Den vågräta förflyttningen för en flygekorre i rätlinjig glidflykt är i bästa fall 3,3-faldig jämfört med höjdminskningen.
- a) En flygekorre i toppform tänker glidflyga över en 60 meter bred plan. Från ett hur högt träd måste flygekorren ta sats för att den ska landa på en meters höjd i ett träd på planens andra sida? Ange svaret med en meters noggrannhet.
- b) I hur stor vinkel med horisontalplanet glidflyger flygekorren i deluppgift a? Ange svaret med en grads noggrannhet.



<http://webbi.meili.fi/kettu/RunotKaunisMetsakauris/Liito_oravaKuvaJaRuno.html>. Hämtad 5.3.2013.

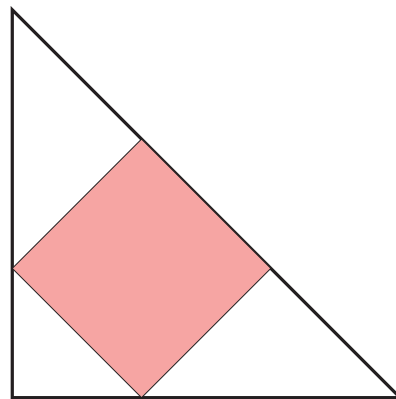
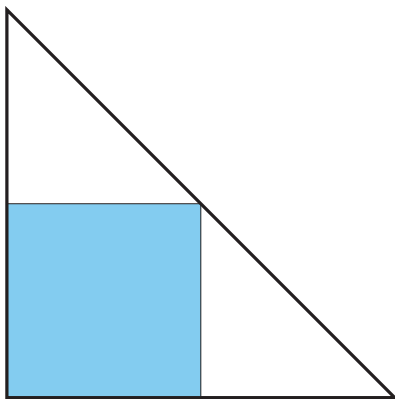
7. Inne i en kub finns en pyramid, vars botten sammanfaller med kubens botten och vars höjd är hälften av längden av kubens kant. Bestäm förhållandet mellan pyramidens och kubens volymer. Längden av kubens kant är s .



8. Tabellen nedan visar det genomsnittliga antalet åskådare för de sex mest sedda ishockeylagen i FM-ligan säsongen 2011–2012.
- a) Beräkna medelvärdet och standardavvikelsen för åskådarantalen.
- b) Vilka lags åskådarantal avviker med mer än en standardavvikelse från medelvärdet?

Jokerit	9 173
HIFK	8 266
Kärpät	5 821
TPS	5 534
Tappara	5 359
Ilves	5 177

9. Viktindexet I som är utvecklat för viktkontroll har använts sedan 1830-talet och beräknas med formeln $I = \frac{m}{h^2}$. I formeln är personens massa m i enheten kilogram, och längd h i enheten meter. År 2013 föreslog Nick Trefethen vid Oxfords universitet ett nytt index J som beräknas med formeln $J = \frac{1,3m}{h^{2,5}}$.
- Bengt är 193 cm lång och väger 102 kg. Beräkna hans viktindex I och J med en decimals noggrannhet.
 - Hannas längd är 160 cm och hennes I -index är 25. Beräkna hennes J -index.
 - För en hur lång person är viktindexen I och J lika stora?
10. I en rätvinklig triangel har båda kateterna längden 5. En kvadrat är inritad i triangeln på två olika sätt enligt figurerna. Vilken kvadrat har större area?



11. Man ska av en deg baka klotformade munkar, som därefter ska sockras på ytan. Mängden socker som behövs är direkt proportionell mot klotets area. Man kan välja att baka 24 små eller 3 stora munkar. Beräkna förhållandet mellan den totala mängden socker som används för dessa två alternativ.

12. Förenta nationerna ställde vid millennieskiftet upp målet att världens koldioxidutsläpp år 2015 skulle vara avsevärt lägre än utsläppen år 1990. Målet ser inte ut att uppfyllas eftersom utsläppen ökade med 39 % under åren 1990–2008. Vi antar att den årliga procentuella ökningen av koldioxidutsläppen varit konstant i intervallet 1990–2008. Med hur många procent växer utsläppen totalt under åren 1990–2015 om deras årliga tillväxtprocent fortsättningsvis hålls lika? Ange svaret i hela procent.
13. a) Olikheterna $x+3y \leq 18$, $3x+2y \leq 19$, $x \geq 0$ och $y \geq 0$ definierar en fyrhörning N .
Rita en bild av fyrhörningen i ett xy -koordinatsystem och beräkna hörnens koordinater.
b) Bestäm det största och det minsta värdet av uttrycket $2x+y$ i fyrhörningen N .
14. Kristian tänker byta bil och ansöker om ett lån på 8 000 euro hos banken. Banken erbjuder honom ett annuitetslån som ska återbetalas på två år. Bankens årliga ränta är 6,6 % för hela återbetalningstiden. Övriga kostnader för lånet beaktas inte.
a) Bestäm storleken av den annuitet som ska betalas varje månad.
b) Hur mycket återstår av lånet när hälften av återbetalningstiden gått?
c) Hur mycket betalar Kristian totalt i ränta under hela den tvååriga lånetiden?
15. Johanna skjuter upp en nyårsraket från ett tak, punkten $(20,10,5)$ i ett koordinatsystem. Raketen flyger rätlinjigt i samma riktning som vektorn $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$, och den exploderar när den flugit 105 meter. Koordinatsystemets längdenhet är meter.
a) I vilken punkt exploderar raketten?
b) Hur långt från de åskådare som står i origo är explosionspunkten?